



ce
pre
UNI

TEORÍA

Geometría

APLICACIONES DE LA CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

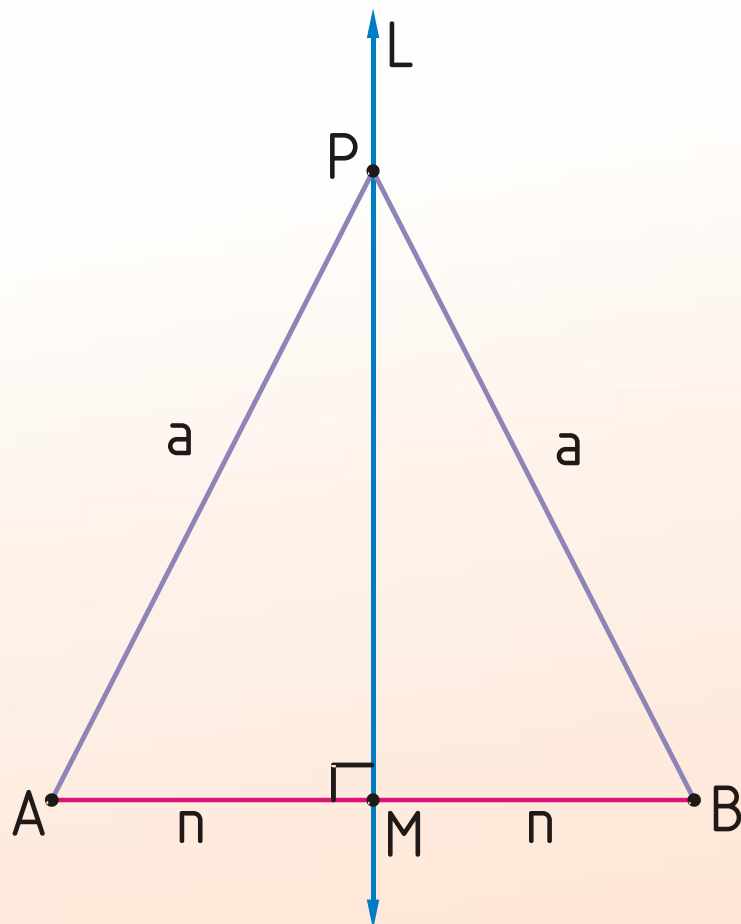
**CICLO
PRE
2024-1**



APLICACIONES DE LA CONGRUENCIA

TEOREMA DE LA MEDIATRIZ

Todo punto de la mediatriz de un segmento, equidista de los extremos del segmento.

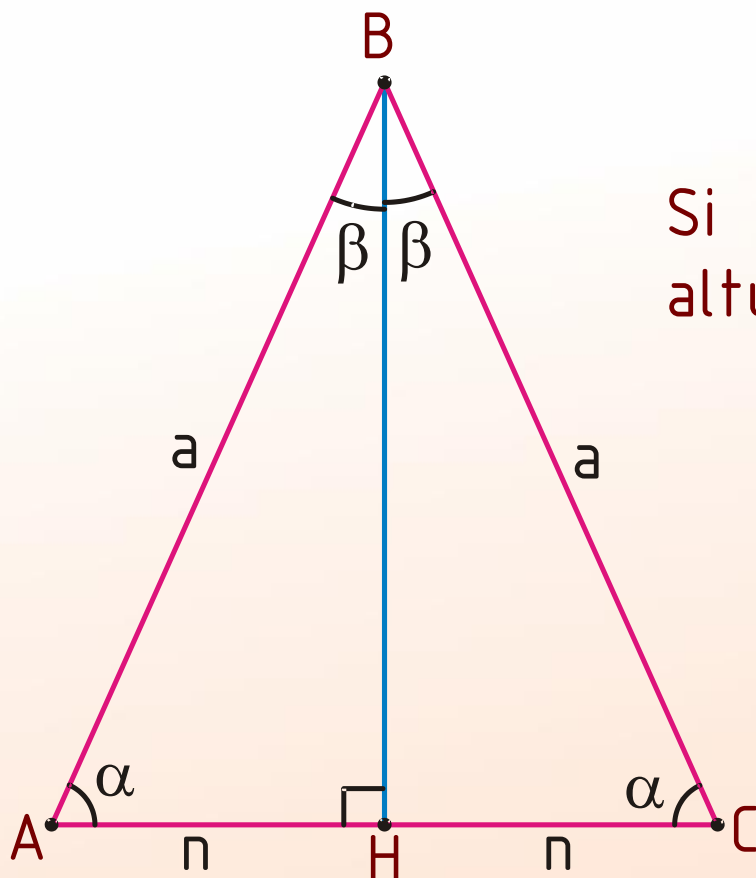


Si L es mediatriz de $\overline{AB}$, entonces

$$AP \cong PB$$

TEOREMA

En un triángulo isósceles, la altura relativa a la base es también mediana y bisectriz interior.



Si el ΔABC es isósceles de base $\overline{AC}$ y $\overline{BH}$ es altura, entonces

$\overline{BH}$ es una mediana una bisectriz interior
y

EJERCICIO 01

En el lado $\overline{AC}$ de un triángulo ABC recto en B se ubica el punto P , tal que $AB = PC$, las mediatrices de $\overline{AP}$ y $\overline{BC}$ se intersecan en el punto Q . Si la medida del ángulo BCA es 20° , entonces la medida del ángulo QCA es

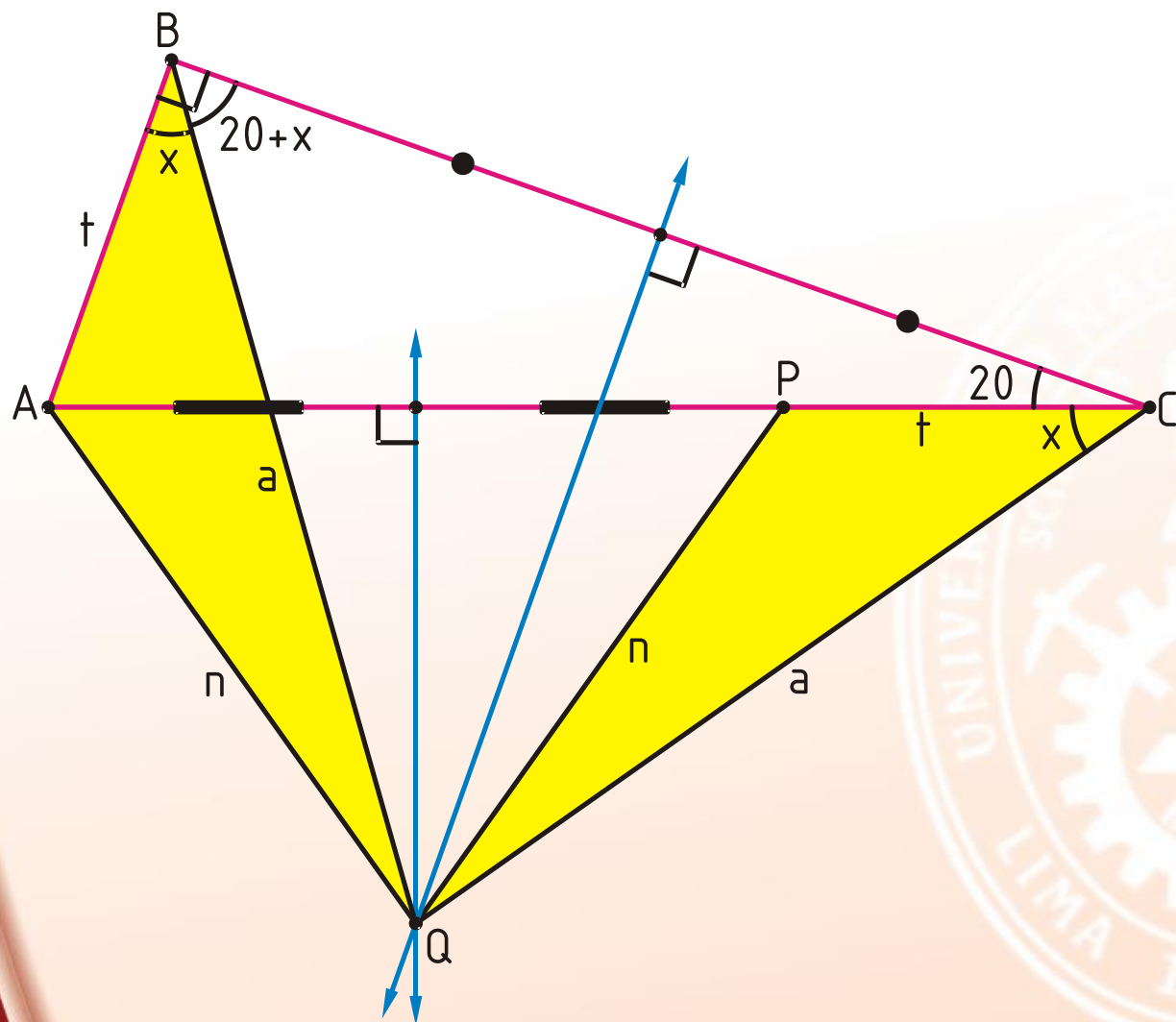
- A) 20°
D) 35°

- B) 25°
E) 40°

- C) 30°

RESOLUCIÓN 01

En el lado $\overline{AC}$ de un triángulo ABC recto en B se ubica el punto P , tal que $AB = PC$, las mediatrices de $\overline{AP}$ y $\overline{BC}$ se intersectan en el punto Q . Si la medida del ángulo BCA es 20 , entonces la medida del ángulo QCA es



$$m\angle QCA = x$$

Teorema de la mediatriz

$$QB = QC = a, \quad QP = QA = n$$

$$\triangle QAB \cong \triangle QPC \text{ (LLL)}$$

$$m\angle ABQ = m\angle PCQ = x$$

$\triangle BQC$, isósceles

$$m\angle QBC = m\angle QCB = 20 + x$$

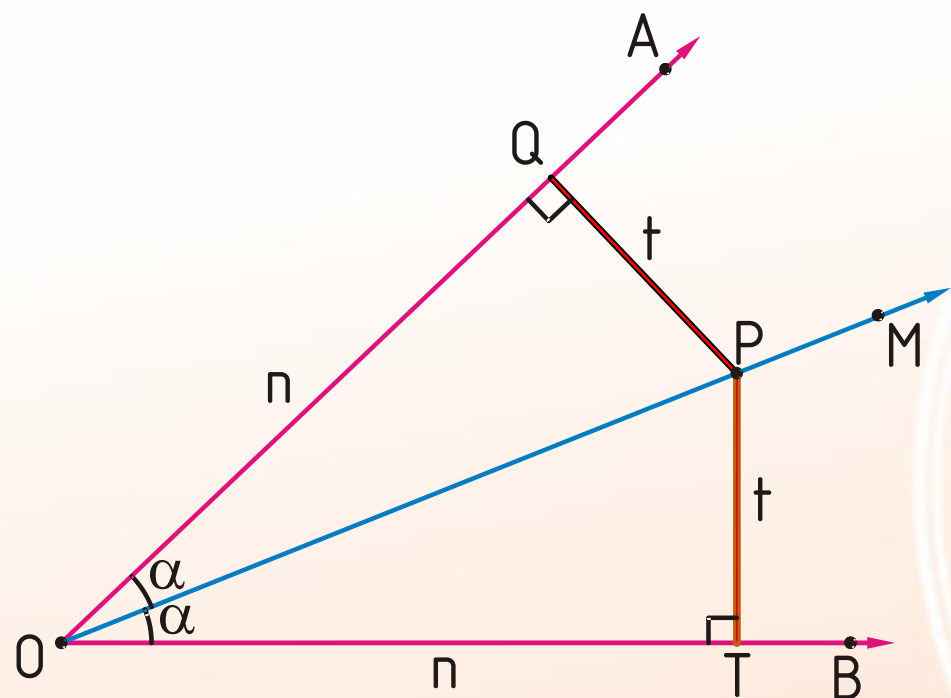
$$x + 20 + x = 90$$

$$\therefore x = 35$$

Clave: D

TEOREMA DE LA BISECTRIZ

Todo punto de la bisectriz de un ángulo, equidista de los lados del ángulo.



Si $\overrightarrow{OM}$ es bisectriz del $\angle AOB$, entonces

$$PQ = PT$$

Además: $OQ = OT$

EJERCICIO 02

En el exterior de un rectángulo $ABCD$, se ubica el punto P tal que $\overline{BP}$ interseca a $\overline{AD}$, se traza $\overline{PQ}$ y $\overline{PT}$ perpendiculares a $\overline{AD}$ y $\overline{BD}$ en los puntos Q y T respectivamente. Si la medida del ángulo BDC es el doble de la medida del ángulo PBD . Si $PQ = 2$ u y $BT = 7$ u, entonces la longitud (en u) de $\overline{CD}$ es

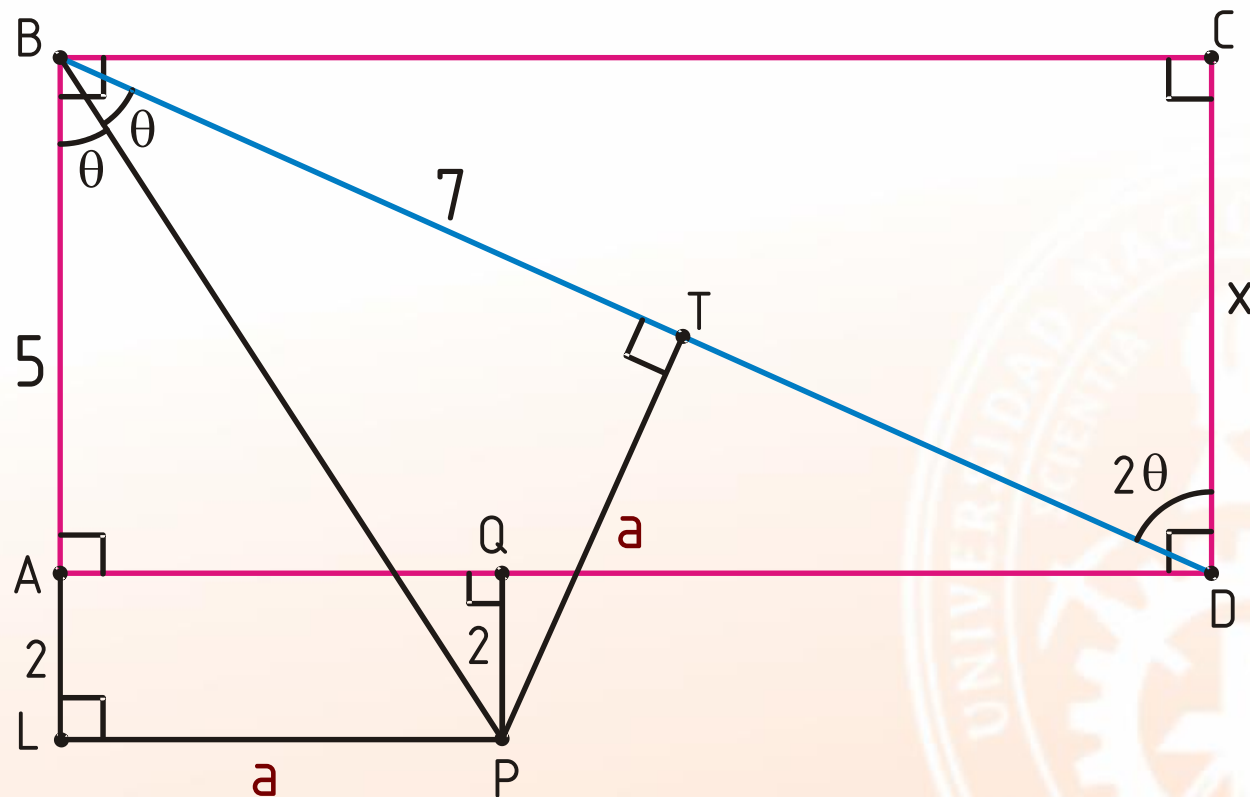
A) 3
D) 6

B) 4
E) 7

C) 5

RESOLUCIÓN 02

En el exterior de un rectángulo $ABCD$, se ubica el punto P tal que $\overline{BP}$ interseca a $\overline{AD}$, se traza $\overline{PQ}$ y $\overline{PT}$ perpendiculares a $\overline{AD}$ y $\overline{BD}$ en los puntos Q y T respectivamente. Si la medida del ángulo BDC es el doble de la medida del ángulo PBD . Si $PQ = 2$ u y $BT = 7$ u, entonces la longitud (en u) de $\overline{CD}$ es



$$CD = x$$

$$m\angle ABD = m\angle BDC = 2\theta$$

Teorema de la bisectriz:

$$PL = PT = a, \quad PQ = AL = 2$$

$$\text{y } BT = BL = 7 \Rightarrow AB = 5$$

$ABCD$ rectángulo

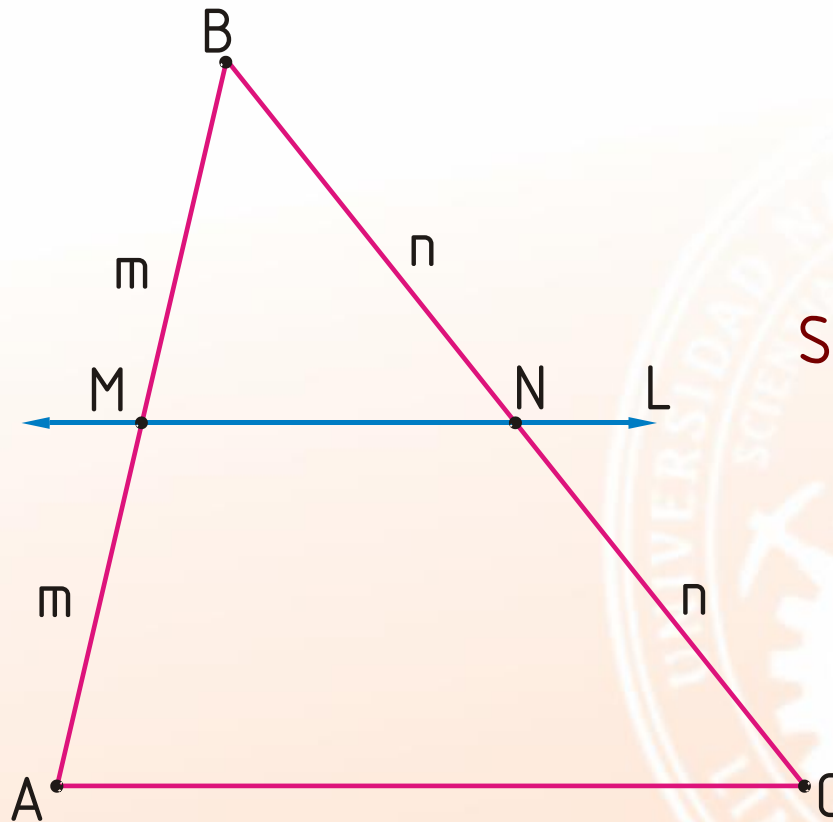
$$\Rightarrow CD = AB = 5$$

$$\therefore x = 5$$

Clave: C

TEOREMA

La recta trazada por el punto medio de un lado de un triángulo, paralela a otro lado, interseca al tercer lado en su punto medio.

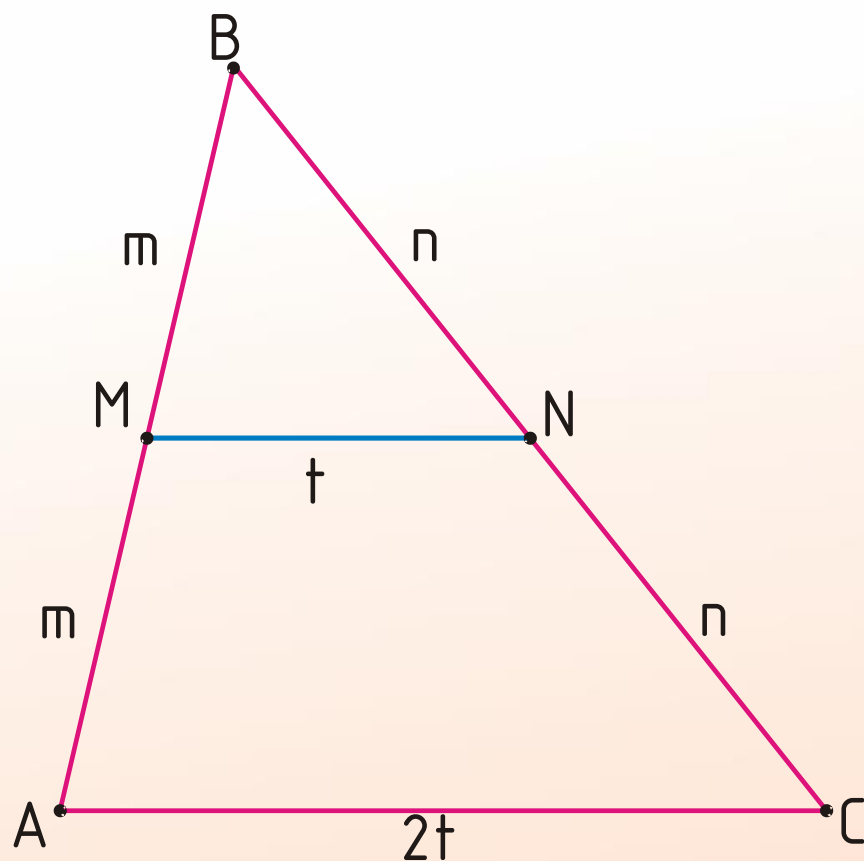


Si $AM = MB$ y $L \parallel \overline{AC}$, entonces

$$BN = NC$$

TEOREMA

En un triángulo, el segmento cuyos extremos son los puntos medios de dos lados, es paralelo al tercer lado y mide la mitad de la longitud de dicho lado.



Si $AM = MB$ y $BN = NC$, entonces

$$\overline{MN} \parallel \overline{AC}$$

$$MN = \frac{AC}{2}$$

$\overline{MN}$ es la base media relativa al lado $\overline{AC}$

EJERCICIO 03

En el interior de un triángulo ABC se ubica el punto P , tal que los ángulos ABP , CBP y ACB son congruentes. Si $AC = 8$ u y el ángulo BPA es recto, entonces la longitud (en u) de $\overline{BP}$ es

A) 2

B) 4

C) 5

D) 6

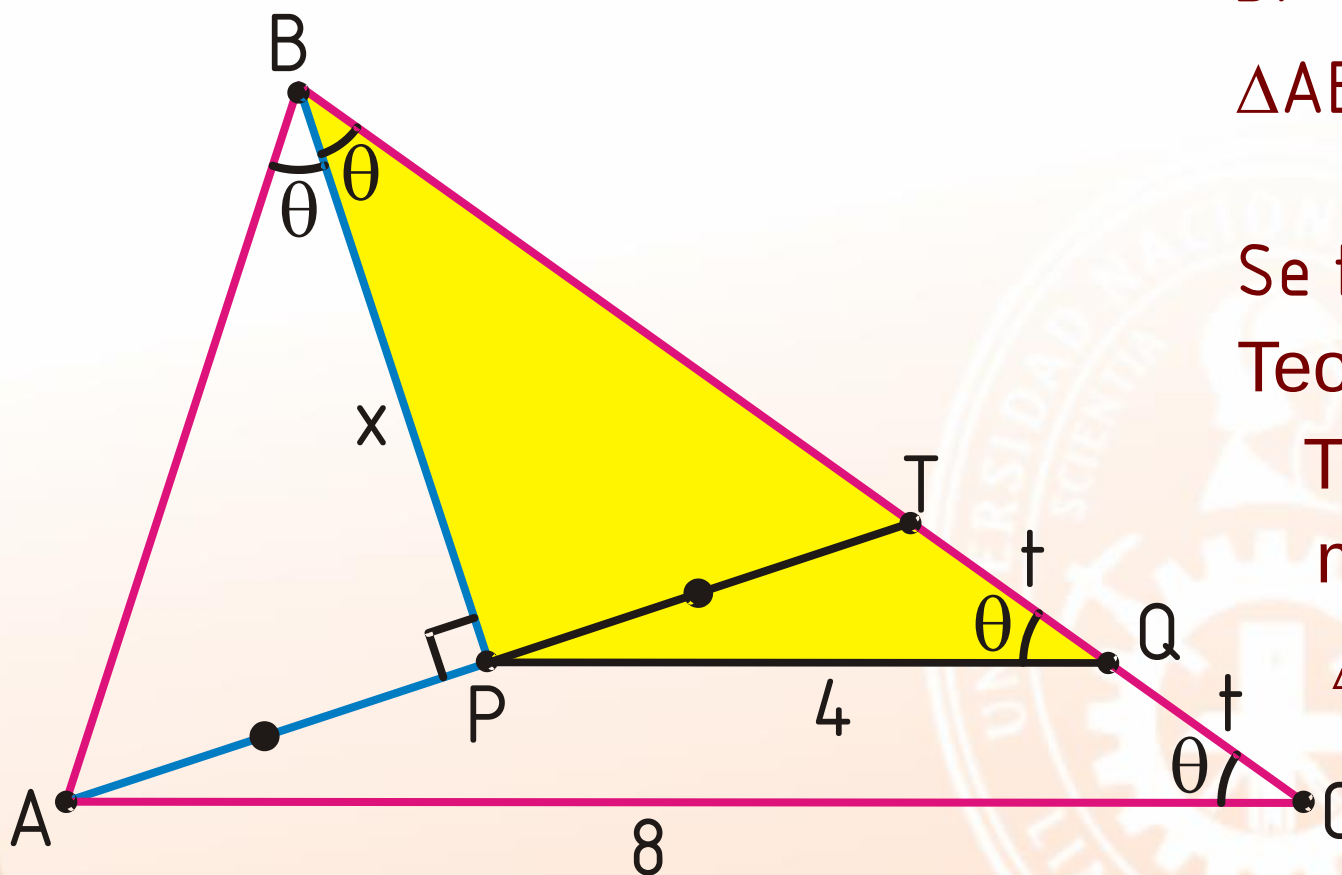
E) 8



RESOLUCIÓN

03

En el interior de un triángulo ABC se ubica el punto P, tal que los ángulos ABP, CBP y ACB son congruentes. Si $AC = 8$ u y el ángulo BPA es recto, entonces la longitud (en u) de $\overline{BP}$ es



$$BP = x$$

$\triangle ABT$, isósceles

$$AP = PT$$

Se traza $\overline{PQ} \parallel \overline{AC}$

Teorema de los puntos medios:

$$TQ = QC = t, \quad PQ = 4$$

$$m\angle PQT = m\angle C = \theta$$

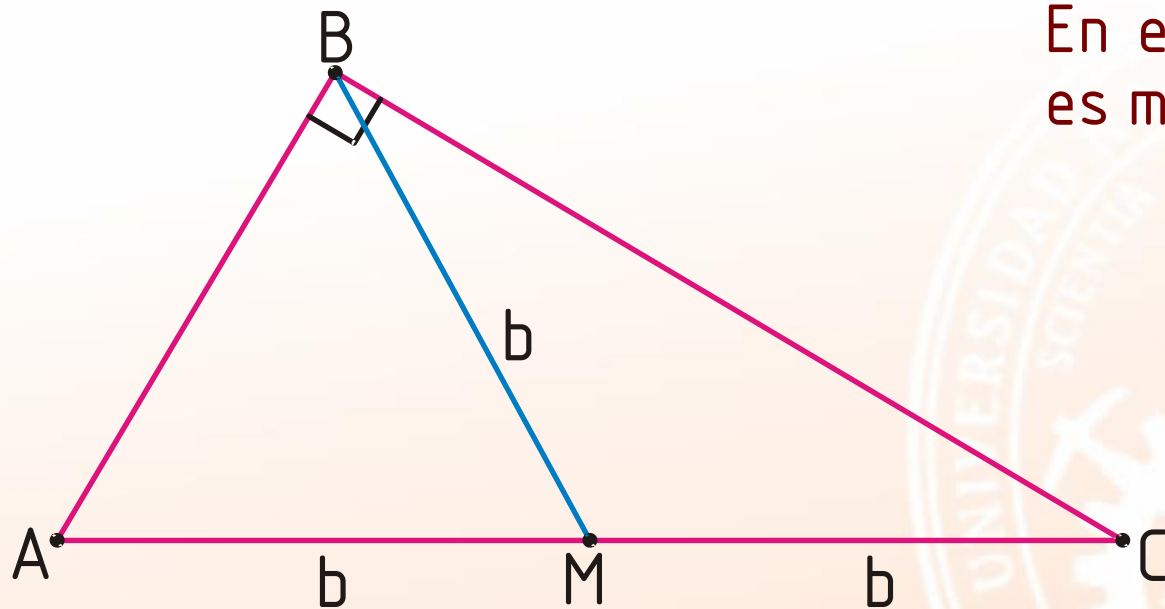
$\triangle BPQ$, isósceles

$$\therefore x = 4$$

Clave: B

TEOREMA

La longitud de la mediana relativa a la hipotenusa de un triángulo rectángulo, es la mitad de la longitud de la hipotenusa.



En el triángulo rectángulo ABC, Si $\overline{BM}$ es mediana, entonces

$$BM = \frac{AC}{2}$$

Es decir:
 $BM = AM = MC$

EJERCICIO 04

En un triángulo rectángulo ABC , recto en B , se traza la ceviana $\overline{BD}$. Si $AC = 18$ u y las medidas de los ángulos ACB y ABD son 35 y 15 respectivamente, entonces la longitud (en u) de $\overline{BD}$ es

A) 6

B) 9

C) 12

D) 15

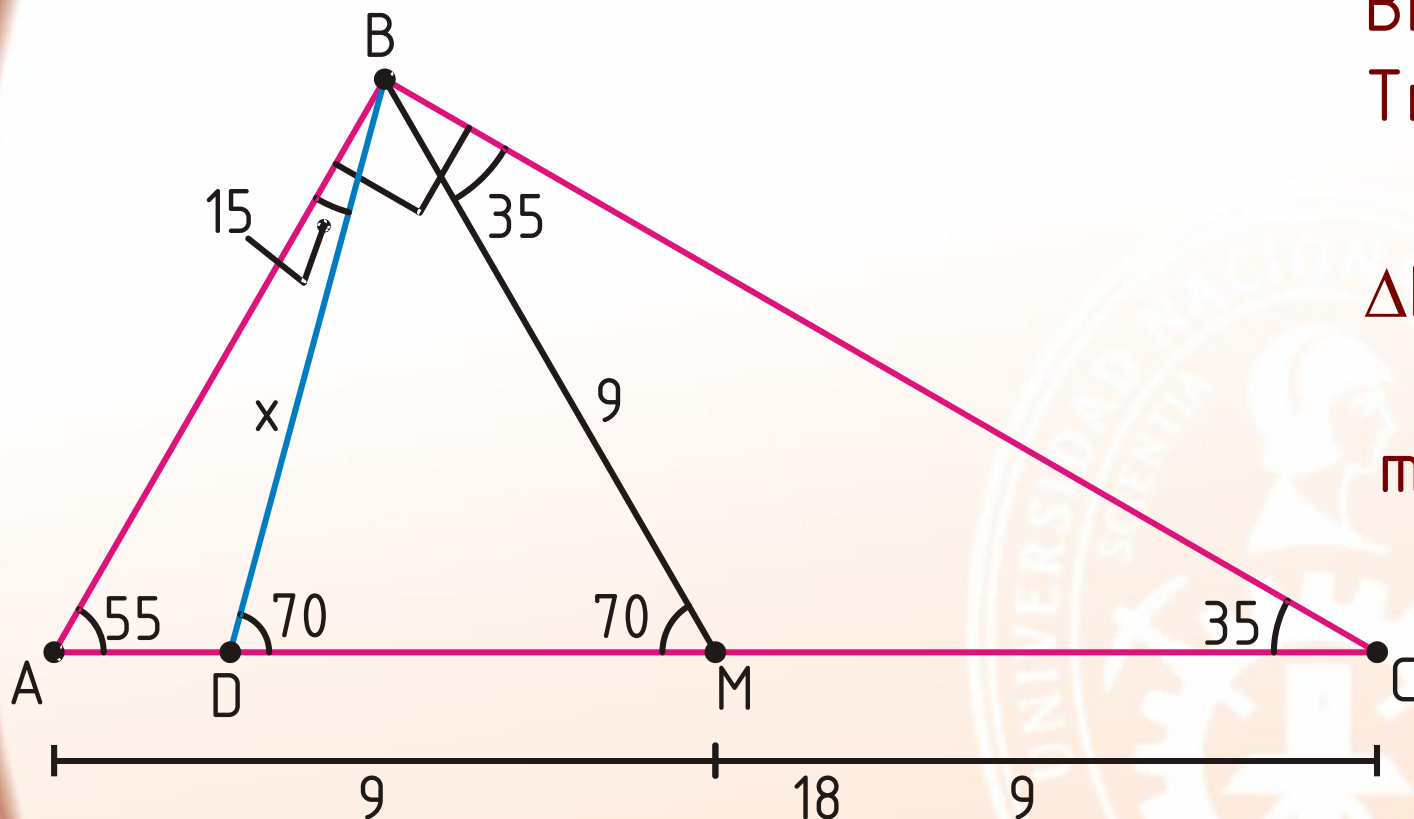
E) 18



RESOLUCIÓN

04

En un triángulo rectángulo ABC, recto en B, se traza la ceviana $\overline{BD}$. Si $AC = 18$ u y las medidas de los ángulos ACB y ABD son 35 y 15 respectivamente, entonces la longitud (en u) de $\overline{BD}$ es



$$BD = x$$

Trazamos la mediana $\overline{BM}$

$$AM = MC = BM = 9$$

$\triangle BMC$, isósceles

$$m\angle MBC = m\angle MCB = 35$$

$$m\angle AMB = 70, \quad m\angle A = 55$$

$$m\angle BDM = 70$$

$\triangle DBM$, isósceles

$$DB = BM = 9$$

$$\therefore x = 9$$

Clave: B



ce
pre
UNI

TEORÍA

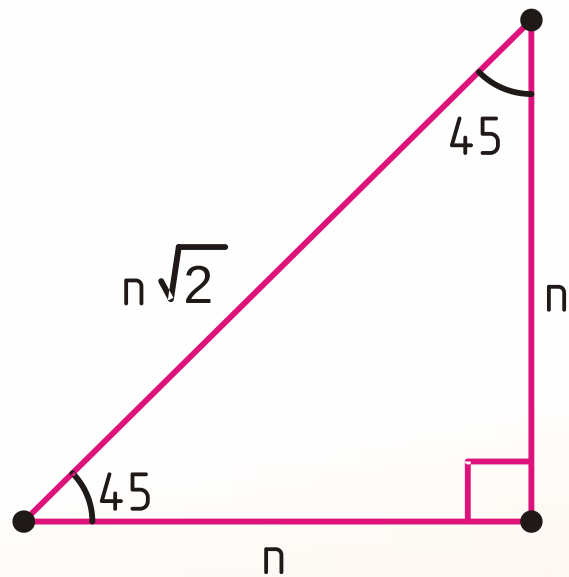
Geometría

**TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS
NOTABLES**

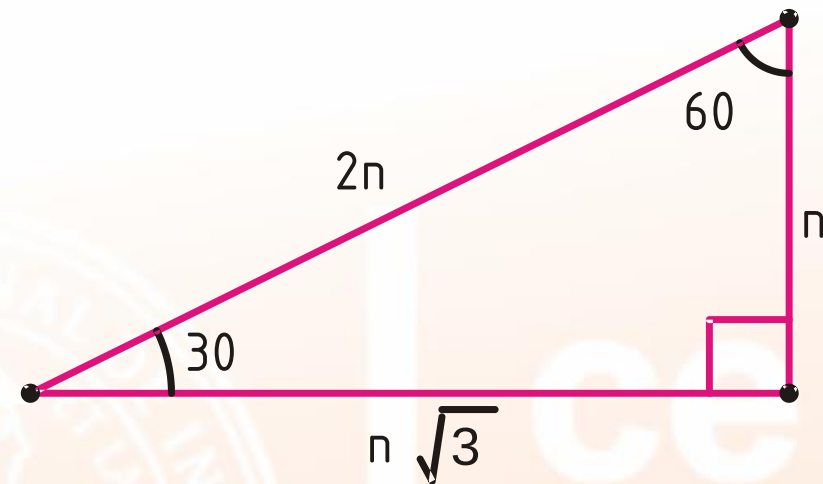
**CICLO
PRE
2024-1**



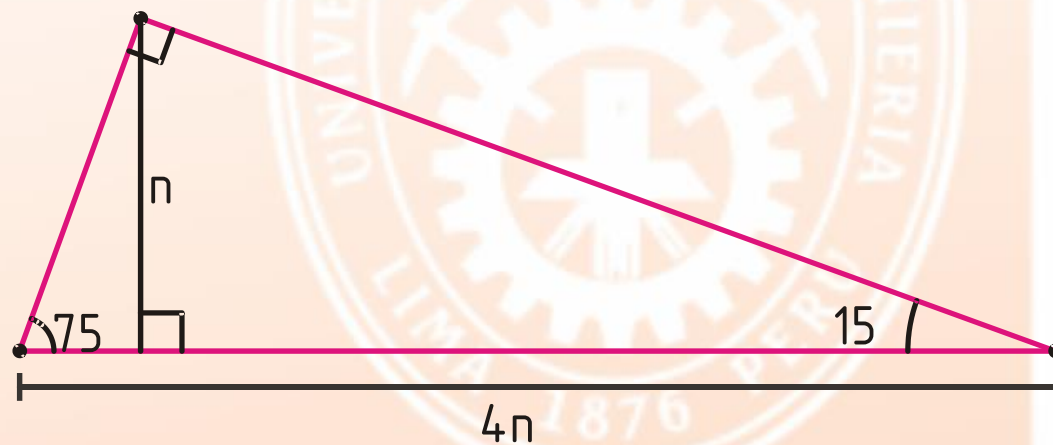
TRIÁNGULO RECTÁNGULO DE 45 Y 45



TRIÁNGULO RECTÁNGULO DE 30 Y 60



TRIÁNGULO RECTÁNGULO DE 15 Y 75



EJERCICIO 05

En un triángulo ABC , se traza la mediana $\overline{AM}$. Si las medidas de los ángulos ACB y BAC son 30 y 45 respectivamente, entonces la medida del ángulo MAC es

A) 10

B) 12

C) 15

D) 18

E) 20



EJERCICIO 06

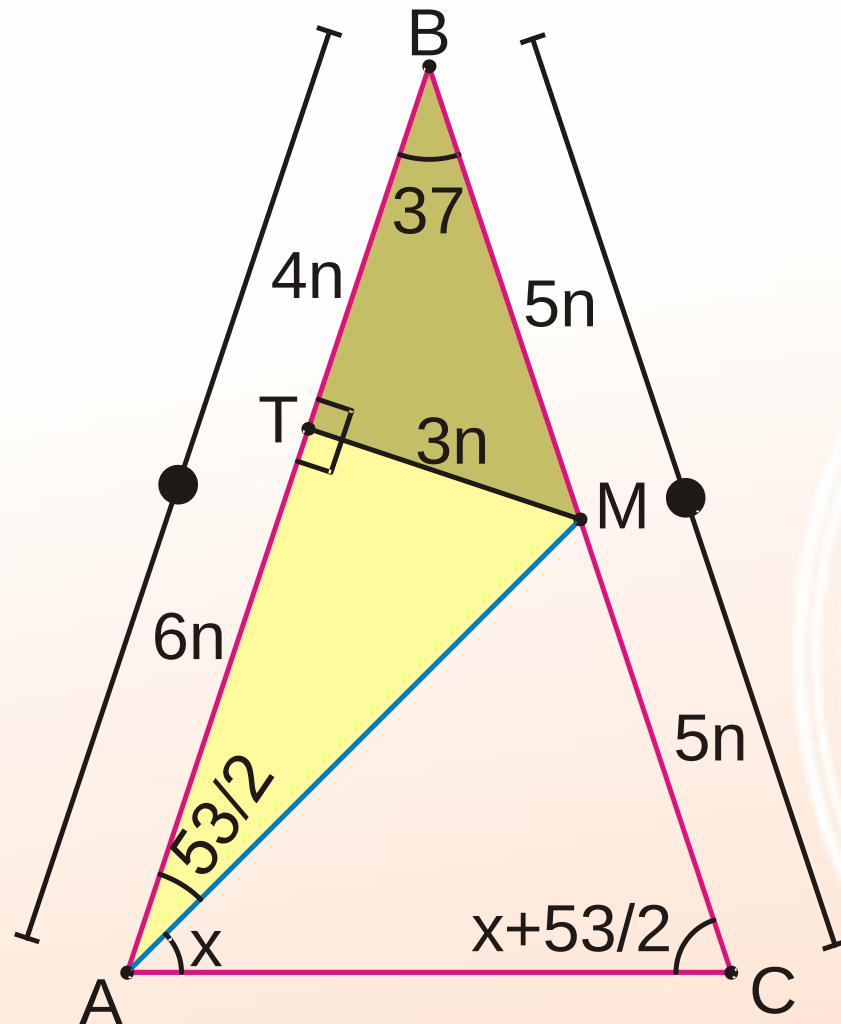
En un triángulo isósceles ABC ($AB = BC$), se traza la mediana $\overline{AM}$. Si $m\angle ABC = 37$, entonces la medida del ángulo MAC es

- A) 60
- B) 53
- C) 45
- D) 37
- E) 30



RESOLUCIÓN 06

En un triángulo isósceles ABC ($AB = BC$), se traza la mediana $\overline{AM}$. Si $m\angle ABC = 37$, entonces la medida del ángulo MAC es



$$m\angle MAC = x$$

$\triangle MTB$: notable de 37 y 53

$$MT = 3n \text{ y } TP = 4n$$

$$AT = 6n$$

$\triangle ATM$: notable de 53/2

$$m\angle TAM = 53/2$$

$\triangle ABC$: isósceles

$$m\angle BAC = m\angle C = x + 53/2$$

$$x + 53/2 + 37 + x + 53/2 = 180$$

$$\therefore x = 45$$

Clave: C

EJERCICIO 07

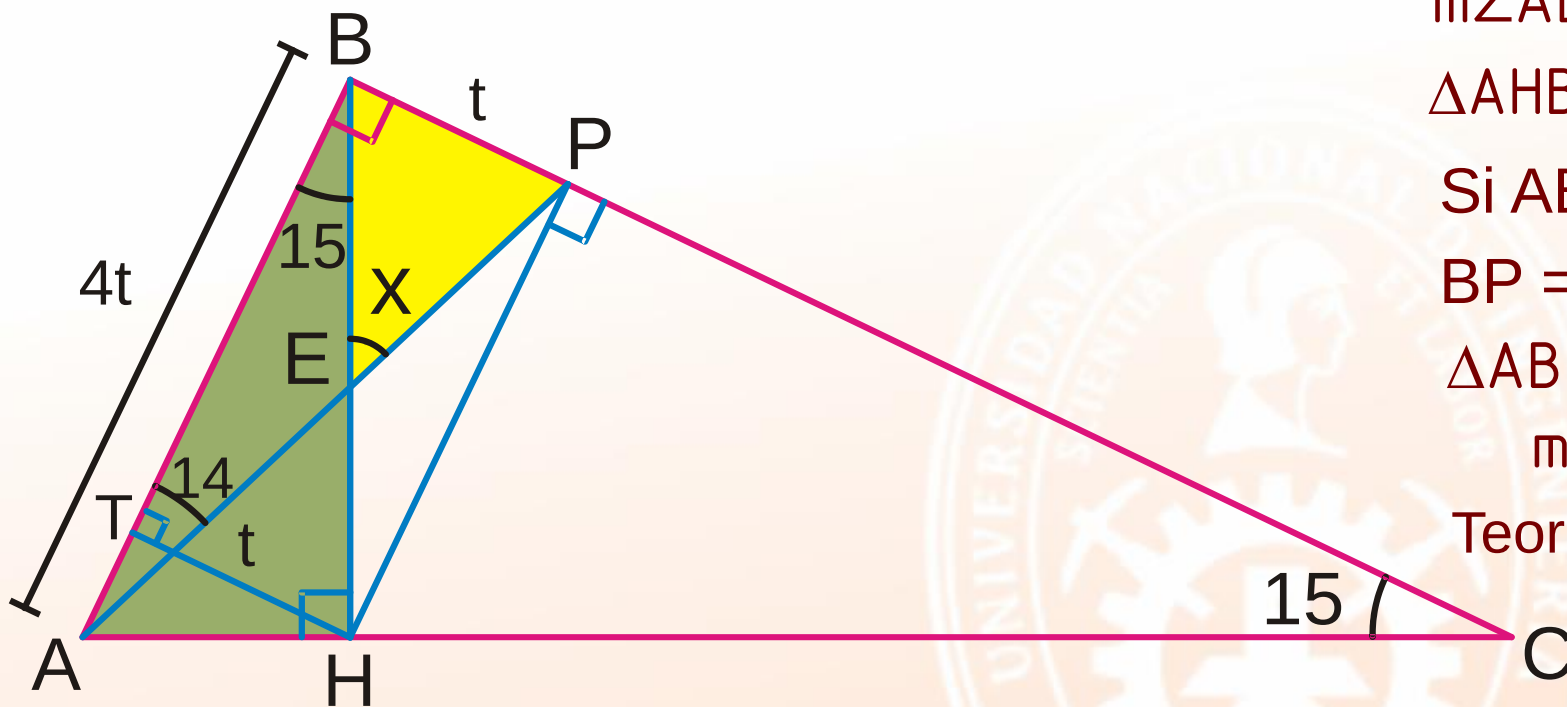
En un triángulo rectángulo ABC , recto en B , se traza la altura $\overline{BH}$, en el triángulo BHC se traza la altura $\overline{HP}$, $\overline{AP}$ y $\overline{BH}$ se intersectan en el punto E . Si $m\angle ACB = 15$, entonces la medida del ángulo BEP es

- A) 16
- B) 23
- C) 29
- D) 30
- E) 37



RESOLUCIÓN 07

En un triángulo rectángulo ABC, recto en B, se traza la altura $\overline{BH}$, en el triángulo BHC se traza la altura $\overline{HP}$, $\overline{AP}$ y $\overline{BH}$ se intersecan en el punto E. Si $m\angle ACB = 15$, entonces la medida del ángulo BEP es



$$m\angle BEP = x$$

$$m\angle ABH = 15$$

$\triangle AHB$: notable de 15 y 75

$$\text{Si } AB = 4t \Rightarrow TH = t$$

$$BP = TH = t$$

$\triangle ABP$: notable de 14 y 76

$$m\angle BAP = 14$$

Teorema del ángulo externo:

$$x = 14 + 15$$

$$\therefore x = 29$$

Clave: C



ce
pre
UNI

Geometría

GRACIAS



ce
pre
UNI